	nom	symbole	définition	Exposants dimensionnels			
				L	M	T	I
0,5	vitesse	v	$v = \ell/t$	1	0	-1	0
0,5 + 0,25	accélération	a	$a = v/t$	1	0	-2	0
0,5 + 0,25	force	F	$F = ma$	1	1	-2	0
0,25	énergie	W	$W = F\ell$	2	1	-2	0
1 + 0,25	Puissance	P	$P = W/t$	2	1	-3	0
0,25	ddp	U	$U = \frac{P}{I}$	2	1	-3	-1

$$\boxed{\begin{aligned} \alpha + \gamma &= 0 \\ \beta + \gamma &= 0 \\ -2\gamma &= -1 \end{aligned}}$$ 1

$$\boxed{\alpha = -1/2 \, ; \, \beta = -1/2 \, ; \, \gamma = 1/2}$$ 1

I.2. La fréquence f du son émis par une corde vibrante est donnée par :

$$f = C\ell^{\alpha} m^{\beta} F^{\gamma}$$

$$T^{-1} = L^{\alpha} M^{\beta} L^{\gamma} M^{\gamma} T^{-2\gamma}$$

Vitesse de sédimentation

$v_{sed} = v_{lim}$ sol particulière

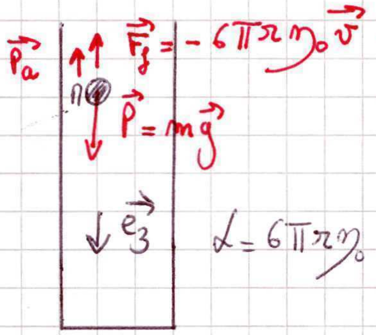
globule $r = 1{,}5\ \mu m = 1{,}5\ 10^{-6} m$ sphérique

$\rho = 1300\ kg\, m^{-3}$

plasma sanguin $\rho_0 = 1060\ kg\, m^{-3}$ $\eta_0 = 1{,}6\ 10^{-3}\ Pa.s$

accélération de la pesanteur $g = 9{,}81\ m s^{-2}$

II 1] 2



$\alpha = 6\pi r \eta_0$

II 2] 2

$\vec{P} = m\vec{g} = \rho \frac{4}{3}\pi r^3 \vec{g}$

$\vec{P_a} = -\rho_0 \frac{4}{3}\pi r^3 \vec{g}$

$\vec{F_f} = -6\pi r \eta_0 \vec{v}$

1 II 3) $m\,\vec{a}(M/R) = \vec{P} + \vec{P_a} + \vec{F_f}$

II 4) $m \frac{dv_3}{dt} = mg - m_a g - \alpha v_3$

1 $\frac{dv_3}{dt} + \underbrace{\frac{\alpha}{m}}_{=\frac{1}{\tau}} v_3 = \underbrace{\left(\frac{m - m_a}{m}\right) g}_{=a}$

0,5 $\tau = \frac{m}{\alpha} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{6\pi r \eta_0} = \frac{2}{9}\rho\frac{r^2}{\eta_0}$ temps caractéristique

0,5 $a = \left(1 - \frac{m_a}{m}\right) g = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) g$

1 II 5] AN : $\tau = 0{,}4\ \mu s$

II 6] $v_3 = v_{lim} = a\tau = \frac{2}{9}\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)\rho \frac{r^2}{\eta_0} g = \frac{2}{9}(\rho - \rho_0)\frac{g r^2}{\eta_0}$ 1

0,5

AN : $v_3 = 7{,}358\ 10^{-7} m/s = 63{,}57\ mm/j$ 0,5

II 7) Résolution de l'éq diff $v(t=0)=0$

$$\frac{dv_3}{dt} + \frac{v_3}{\tau} = a \qquad \text{SSM} \quad v_3 = A e^{-t/\tau} \quad 1$$

$$+ \text{SP} \quad v_3 = a\tau \quad 1$$

1 $v_3 = A e^{-t/\tau} + a\tau$ + CI $\Rightarrow A + a\tau = 0 \Leftrightarrow A = -a\tau$

soit $v_3 = a\tau(1 - e^{-t/\tau})$

II 8) régime $v_3 = a\tau = \frac{h}{t_3}$ $\rightarrow t_3 = \frac{h}{a\tau} = \frac{h}{v_3}$ AN: $t_3 = \frac{50}{63,57}$

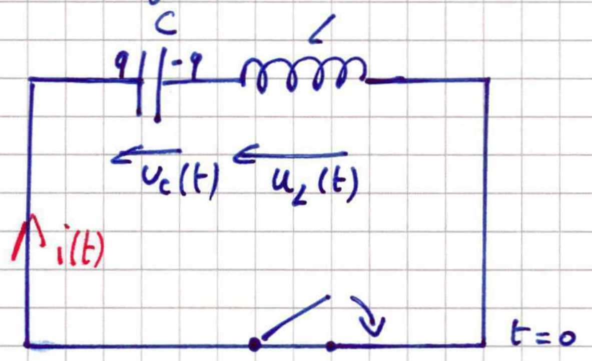
1 $= 0,79\ j$

II 9) $v_{3\,normale} = 50\,mm/j$ $\quad v_3 > v_{3\,normale}$

$\Rightarrow$ réaction inflammatoire 1

DM 2 Corrigé

Exercice 1] Circuit LC



Interrupteur fermé $\quad u_c(t) + u_L(t) = 0 \iff u_c(t) = -u_L(t)$

I 1] $\quad u_c(t) = \dfrac{q(t)}{C} = \dfrac{1}{C}\int i(t)\,dt$

$u_L(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$

I 2]

$$\frac{du_c(t)}{dt} = \frac{1}{C}\frac{dq(t)}{dt} = \frac{1}{C}i(t)$$

$$\frac{d^2u_c(t)}{dt^2} = \frac{1}{C}\frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{LC}u_L(t) = -\frac{1}{LC}u_c(t)$$

soit $\quad \dfrac{d^2u_c(t)}{dt^2} + \dfrac{1}{LC}u_c(t) \equiv 0 \iff \dfrac{d^2u_c(t)}{dt^2} + \omega_0^2 u_c(t) = 0$

avec $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$

I 3] $\quad u_c(t) = B_1\cos(\omega_0 t + \phi)$

$$\frac{du_c(t)}{dt} = -B_1\omega_0\sin(\omega_0 t + \phi)$$

$$\frac{d^2u_c(t)}{dt^2} = -B_1\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \phi)$$

réinjecté $\quad -B_1\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \phi) + \omega_0^2 B_1\cos(\omega_0 t + \phi) \equiv 0$

donc solution

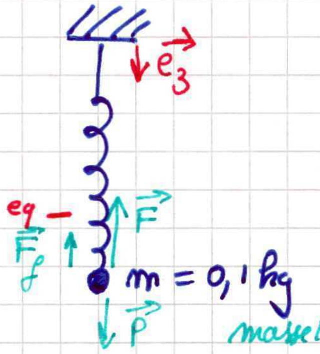
CI : $\quad u_c(t=0) = B_1\cos(\phi) = U_{c0}$

$i(t=0) = 0 \Rightarrow -B_1\omega_0\sin\phi = 0$

$\Big|\ B_1 = U_{c0}$ et $\phi = 0$

Solution $\quad u_c(t) = U_{c0}\cos(\omega_0 t)$

Exercice 2] Système masse - ressort vertical amorti par frottement visqueux



$l_0 = 0{,}15\ m$

$k = 20\ SI$

$g = 9{,}81\ m\,s^{-2}$

$\vec{F_f} = -\alpha \vec{v}$

$\vec{F} = -k(x - l_0)\vec{e_x}$

$\vec{P} = m\vec{g}$

II 1a) Bilan des forces $\vec{F_f}$, $\vec{F}$, $\vec{P}$

Stockes, rappel, poids

accélération

1b) $[F] = [k][z] = [m][a_n]$

$$[k] = \frac{[m][a_n]}{[z]} = \frac{ML T^{-2}}{L} = MT^{-2}$$

1c) $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_{M/R}$

1d) $-\alpha \dfrac{dz}{dt} - k(z - l_0) + mg = m\dfrac{d^2z}{dt^2}$

2a) à l'eq $\quad -k(l_{eq} - l_0) + mg = 0 \Rightarrow l_{eq} = \dfrac{mg}{k} + l_0$

AN: $l_{eq} = 0{,}2\,m = 20\,cm$

2b) $m\dfrac{d^2z}{dt^2} + k(z - l_0) + \alpha\dfrac{dz}{dt} = mg$

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \underbrace{\frac{\alpha}{m}}_{=\frac{1}{\tau}}\frac{dz}{dt} + \underbrace{\frac{k}{m}}_{=\omega_0^2} z = \underbrace{g + \frac{k l_0}{m}}_{=C}$$

temps $\tau = \dfrac{m}{\alpha}$

pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

$C = \dfrac{k}{m} l_{eq}$

3a) solution générale $\equiv$ SSSM + SPE

SSSM : $\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = 0$

$r^2 + \frac{r}{\tau} + \omega_0^2 = 0$ $\quad \Delta = \frac{1}{\tau^2} - 4\omega_0^2 < 0$

$= j^2\left(4\omega_0^2 - \frac{1}{\tau^2}\right)$

$r = -\frac{1}{2\tau} \pm \frac{1}{2} j\sqrt{4\omega_0^2 - \frac{1}{\tau^2}}$

$= \frac{-1}{2\tau} \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \frac{\omega_0^2}{4\tau^2\omega_0^2}} = \frac{-1}{2\tau} \pm j\underbrace{\omega_0\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}}_{\omega_p}$

$\rightarrow z_{SSM} = A_1 e^{-t/2\tau + j\omega_p t} + A_2 e^{-t/2\tau - j\omega_p t}$

$= e^{-t/2\tau}\left(A_1 e^{j\omega_p t} + A_2 e^{-j\omega_p t}\right)$

SPE : $z_{SPE} = \frac{C}{\omega_0^2} = \frac{k}{m} l_{eq} \frac{m}{k} = l_{eq}$

Solution générale $z(t) = e^{-t/2\tau}\left(A_1 e^{j\omega_p t} + A_2 e^{-j\omega_p t}\right) + l_{eq}$

3b) $\dot{z}(t) = e^{-t/2\tau}\left(j\omega_p A_1 e^{j\omega_p t} - j\omega_p A_2 e^{-j\omega_p t}\right)$

$- \frac{1}{2\tau} e^{-t/2\tau}\left(A_1 e^{j\omega_p t} + A_2 e^{-j\omega_p t}\right)$

3c) $z(t=0) = l_{eq}$ $\quad \Rightarrow A_1 + A_2 + l_{eq} = l_{eq} \Leftrightarrow A_1 = -A_2$

$\dot{z}(t=0) = v_0$ $\quad \Rightarrow j\omega_p(A_1 - A_2) - \cancel{\frac{1}{2\tau}(A_1 + A_2)} = v_0$

$A_1 - A_2 = \frac{v_0}{j\omega_p} \Rightarrow 2A_1 = \frac{v_0}{j\omega_p}$

soit $A_1 = -A_2 = \frac{v_0}{2j\omega_p}$

$z(t) = \frac{v_0}{\omega_p} e^{-t/2\tau} \sin(\omega_p t) + l_{eq}$

3d) $\tau \rightarrow \infty$ et $e^{-t/2\tau} \rightarrow 1$ $\quad \omega_p \rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ $\quad$ AN : $T = 0{,}44$ Hz .

3e) $\tau = 2{,}5\,s$ $\quad r = 0{,}01\,m$

Valeur de η tel que $\alpha = 6\pi\eta r$

$$[\eta] = \frac{[\alpha]}{[r]} = \frac{[m]}{[r][\tau]} = ML^{-1}T^{-1}$$

$$\tau = \frac{m}{6\pi\eta r} \Leftrightarrow \eta = \frac{m}{6\pi\tau r}$$; AN: $\eta = 0{,}212\,kg\,m^{-1}s^{-1}$

L1 STS PHYSIQUE 2008-2009

DM n°3

Exercice 1 /6

(1) 1 - $\underline{Z}_R = R \quad \underline{Z}_L = jL\omega \quad \underline{Z}_C = 1/jC\omega$

2 - $\underline{Z} = R // C // L$

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega = \frac{1 - LC\omega^2 + j\frac{L}{R}\omega}{jL\omega}$$

(1)
$$\boxed{\underline{Z} = \frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2 + j\frac{L}{R}\omega}}$$

{ On pourrait écrire $1/\underline{Z} = \dfrac{1 - j\frac{R}{L\omega} + jRC\omega}{R}$

et faire apparaître $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$ et $Q = RC\omega_0 = \dfrac{R}{\omega_0 L}$

$\Rightarrow$
$$\underline{Z} = \frac{R}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

mais on nous demande Q° 4 - de déterminer ω_0 ! }

3 - On a $\underline{e}(t) = \underline{Z}\, \underline{i}(t)$ (1)

Excitation : $e(t) = E\cos\omega t$ que l'on écrit $\underline{e}(t) = E e^{j\omega t}$

Réponse : $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$ que l'on écrit $\underline{i}(t) = \underline{I}\, e^{j\omega t}$

avec $\underline{I} = I_m e^{j\phi_i}$ $\quad \phi_i \equiv$ déph. de $i(t) / e(t)$

En remplaçant dans (1) il vient : $E = \underline{Z} . \underline{I}$

(1,5)
$$\Rightarrow \underline{I} = \frac{E}{\underline{Z}} = \frac{E}{R}\left[1 - j\frac{R}{L\omega} + jRC\omega\right]$$

$$\boxed{\underline{I} = \frac{E}{R}\left[1 + j\left\{RC\omega - \frac{R}{L\omega}\right\}\right]}$$

{ ou $\underline{I} = \dfrac{E}{R}\left[1 + jQ\left\{\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right\}\right]$ }

4 - Amplitude $I = |\underline{I}|$

$$I = \frac{E}{R}\sqrt{1 + \left(RC\omega - \frac{R}{L\omega}\right)^2}$$

Extrema pour $\dfrac{dI}{d\omega} = 0 \iff \left(RC + \dfrac{R}{L\omega_0^2}\right)\left(RC\omega_0 - \dfrac{R}{L\omega_0}\right) = 0$

(1)
$$\iff \boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{LC}}$$

On peut alors écrire $I = \frac{E}{R}\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$

- Signe de $\frac{dI}{d\omega}$ pour $\omega < \omega_0$ et $\omega > \omega_0$ afin de vérifier que ω_0 est la "fréqce" pr laquelle I est minimale

le signe de $\frac{dI}{d\omega}$ est celui de : $\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$

0,5

$\omega < \omega_0 \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} < 1$ et $\frac{\omega_0}{\omega} > 1 \Rightarrow \frac{dI}{d\omega} < 0$

$\omega > 0 \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} > 1$ et $\frac{\omega_0}{\omega} < 1 \Rightarrow \frac{dI}{d\omega} > 0$

donc I est min. pour $\omega = \omega_0$.

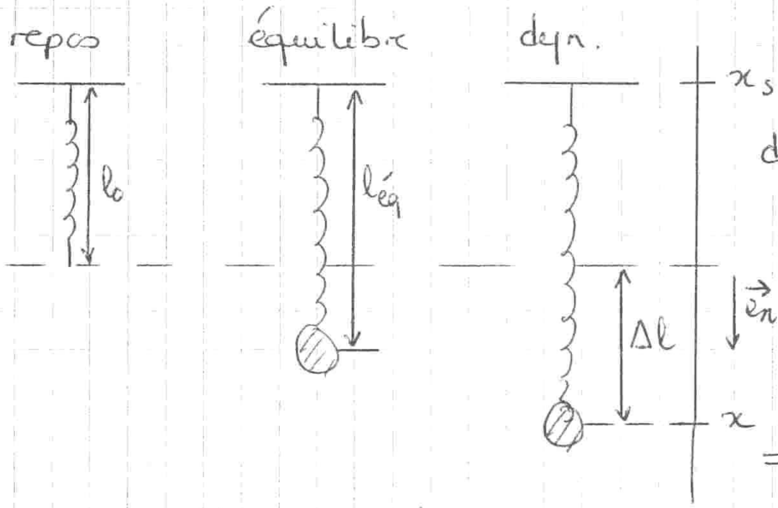
5 - Impédance du circuit $\boxed{\underline{Z} = R.}$

car dans ce cas : $\left.\begin{array}{l} \underline{Z}_L = jL\omega_0 = j\sqrt{\frac{L}{C}} \\ \text{et } \underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega_0} = -j\sqrt{\frac{L}{C}} \end{array}\right\} \frac{1}{\underline{Z}_L} + \frac{1}{\underline{Z}_C} = 0\ !$

1

Exercice 2.

1 -



1

La force de rappel du ressort s'écrit

$\vec{F_r} = -k\Delta l\,\vec{e_x}$

D'après la figure :

$\Delta l = (x - x_s) - l_0$

$\Rightarrow \boxed{\vec{F_r} = -k(x - x_s - l_0)\vec{e_x}}$

2 - Equation diff. du mvt

. PFD : $\Sigma\vec{F}_{ext} = m\vec{a}(M)/\mathcal{R}$

. Bilan des forces : . $\vec{P} = m\vec{g} = mg\vec{e_x}$

. $\vec{F_r} = -k(x - x_s - l_0)\vec{e_x}$

. $\vec{F_f} = -f(\vec{v} - \vec{v_s}) = -f(v - v_s)\vec{e_x}$

. $\vec{a}(M)/\mathcal{R} = \frac{d^2x}{dt^2}$; $v = \frac{dx}{dt}$; $v_s = \frac{dx_s}{dt}$

2

. PFD en projection sur $\vec{e_x}$:

$$mg - k(x - x_s - l_0) - f\left(\frac{dx}{dt} - \frac{dx_s}{dt}\right) = m\left(\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^2x_s}{dt^2}\right)$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{f}{m}\left(\frac{dx}{dt} - \frac{dx_s}{dt}\right) + \frac{k}{m}(x - x_s - l_0) = g} \quad (1)$$

3 - Position à l'équilibre : l_1

1ère loi de Newton $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ Forces : $\vec{P} = mg\,\vec{e_x}$

$\vec{F_r} = -k(l_1 - l_0)\vec{e_x}$

(1) Après calculs. $\boxed{l_1 = l_0 + \frac{mg}{k}}$

4 - Changement de variables $X(t) = x(t) - l_1 - x_s(t)$

$\Rightarrow \quad x(t) - x_s(t) = X(t) + l_1$

(1) $\frac{dx}{dt} - \frac{dx_s}{dt} = \frac{dX}{dt}$ et $\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{d^2x_s}{dt^2} = \frac{d^2X}{dt^2}$

(1) $\Rightarrow$ $\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{f}{m}\frac{dX}{dt} + \frac{k}{m}X = -\frac{d^2x_s}{dt^2}$

$x_s(t) = A_m \cos\omega t \qquad \frac{dx_s}{dt} = -\omega A_m \sin\omega t$

(1) et $\frac{d^2x_s}{dt^2} = -\omega^2 A_m \cos\omega t$

$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\frac{dX}{dt} + \omega_0^2 X = \omega^2 A_m \cos\omega t}$

(1) $\tau = \frac{m}{f}$ et $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

5 - Régime permanent $\Rightarrow$ SPE avec 2nd membre dpdt temps

$\Rightarrow$ notation complexe $\underline{X}(t) = X_m\, e^{j(\omega t + \varphi)}$

(0,5) $\boxed{\underline{X}(t) = \underline{X}_m\, e^{j\omega t} \qquad \underline{X}_m = X_m e^{j\varphi}}$

et on obtient :

(1) $\boxed{-\omega^2 \underline{X}_m + j\cdot\frac{1}{\tau}\omega\underline{X}_m + \omega_0^2 \underline{X}_m = \omega^2 A_m}$

(0,5) $\Rightarrow \boxed{\underline{X}_m = \frac{\omega^2 A_m}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\cdot\frac{\omega}{\tau}}}$

(1) $\boxed{X_m = |\underline{X}_m| = \frac{\omega^2 A_m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}}}}$

6 - $\Omega \to \infty \Rightarrow (1-\Omega^2)^2 + 4\alpha^2\Omega^2 \to \Omega^4$

(1) $\Rightarrow B^2 \to \frac{\Omega^4}{\Omega^4} \Rightarrow \boxed{B^2 \to 1}$

(0,5) $\Rightarrow \underline{X_m \to A_m}$ X_m tend vers l'amplitude du bâtier A_m.

(4)

7 - $M = 100\,kg$ $k = 360.10^3\, N.m^{-1}$ $f = 9.10^3\, Ns.m^{-1}$

$\Omega = 1 \Leftrightarrow \omega = \omega_0$ $B^2 = 0{,}444$

1,5 $\Omega = 2 \Leftrightarrow \omega = 2\omega_0$ $B^2 = 0{,}889$

$\Omega = 10 \Leftrightarrow \omega = 10\omega_0$ $B^2 = 0{,}997$

avec $4\alpha^2 = \dfrac{f^2}{km} = \dfrac{(9.10^3)^2}{360.10^3 \times 100} = 2{,}25$

<u>Fidélité du sismographe :</u>

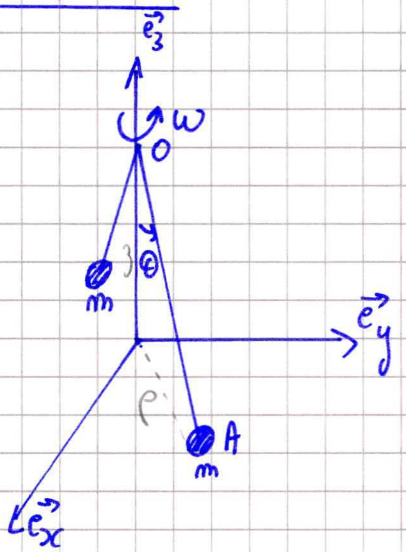
Pour des "fréquences" de vibrations du bâtier supérieur à dix fois $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$, on peut utiliser le sismographe pour suivre l'amplitude des secousses. Pour des "fréquences" plus faibles, il y a atténuation de l'amplitude des secousses.

1

Ici $\omega_0 = 60\, rad.s^{-1}$ $f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi} \simeq 10\, Hz$

DM n° 4

I Régulateur à boules



$\omega = cste$

$OA = OB = \ell$

coordonnées polaires ρ, φ

1) 2 forces dans réf cartésien R $\quad \vec{P} = -mg\vec{e_3}$ poids

$\vec{R} = -R_\rho \vec{e_\rho} + R_3 \vec{e_3}$ réaction de la tige.

2) $\sin\theta = \frac{\rho}{\ell}$

3) Accélération dans la base cylindrique $\quad \vec{OA} = \rho\vec{e_\rho} - z\vec{e_3}$

$$\left.\frac{d\vec{OA}}{dt}\right|_R = \dot\rho\vec{e_\rho} + \rho\frac{d\vec{e_\rho}}{dt} - \dot z\vec{e_3} - z\cancel{\frac{d\vec{e_3}}{dt}}$$

$$= \dot\rho\vec{e_\rho} + \rho\dot\varphi\vec{e_\varphi} - \dot z\vec{e_3}$$

$$\vec{a}(A/R) = \left.\frac{d^2\vec{OA}}{dt^2}\right|_R = \ddot\rho\vec{e_\rho} + \dot\rho\frac{d\vec{e_\rho}}{dt} + \dot\rho\dot\varphi\vec{e_\varphi} + \rho\ddot\varphi\vec{e_\varphi} + \rho\dot\varphi\frac{d\vec{e_\varphi}}{dt} - \ddot z\vec{e_3} - z\cancel{\frac{d\vec{e_3}}{dt}}$$

$$= (\ddot\rho - \rho\dot\varphi^2)\vec{e_\rho} + \cancel{(2\dot\rho\dot\varphi + \rho\ddot\varphi)\vec{e_\varphi}} - \ddot z\vec{e_3}$$

4) $\dot\varphi = \omega = cste \Rightarrow \ddot\varphi = 0 \qquad \rho = cste \Rightarrow \dot\rho = 0$ et $\ddot\rho = 0$

$\vec{a}(A/R) = -\rho\omega^2\vec{e_\rho} - \ddot z\vec{e_3} \qquad ; \ddot z = 0$

5) $\sum \vec{F_{ext}} = m\,\vec{a}(A/R)$

suivant $\vec{e_3}$: $\quad -mg + R_3 = -m\ddot z \qquad \ddot z = 0 \quad R_3 = mg$

$\vec{e_\rho}$: $\quad -R_\rho = -m\rho\omega^2 \qquad R_\rho = m\rho\omega^2$

$$tg\,\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{R_\rho}{R_3} = \frac{\cancel{m}\rho\omega^2}{\cancel{m}g} \Rightarrow tg\,\theta = \rho\frac{\omega^2}{g}$$

6) $\sin\theta = \frac{\rho}{\ell} = \rho\frac{\omega^2}{g}\cos\theta \Rightarrow \frac{g}{\ell\omega^2} = \cos\theta$

or $\cos\theta \leq 1 \Rightarrow g \leq \ell\omega^2$ soit $\sqrt{\frac{g}{\ell}} \leq \omega$

$\omega_{lim} = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ endeça $\cancel{\cos\theta \leq 1}$

7) AN $m = 1\,kg$; $\ell = 0{,}17\,m$; $g = 9{,}8\,m\,s^{-2}$

$\omega_{lim} = 7{,}6\ rad/s$
$= \frac{7{,}6 \times 60}{2\pi} = 72{,}57\ tr/mn$

$\begin{cases} 1\ tour = 2\pi\ rad \\ 1\ mn = 60\ s \end{cases}$

II Grand huit

$m = 1000\,kg$ 1 force $\vec{P} = m\vec{g}$ avec $g = 9{,}8\,m\,s^{-2}$

1) $\vec{P} = -\vec{grad}\,E_p = -mg\,\vec{e_3} = -\frac{\partial E_p}{\partial 3}\vec{e_3} \Rightarrow E_p = mg3$

2) $W_{A\to B}$

$\delta E_p = -\delta W \Rightarrow W = -\int_A^B dE_p = -mg\int_{3A}^{3B} d3 = -mg(3_B - 3_A)$

AN : $W_{A\to B} = -245\,kJ$ Travail resistant

3) en B $|\vec{v_o}| = 1\,m\,s^{-1}$

Mouvement conservatif $\frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt}(E_k + E_p) = 0$; E_m conservé

Em B $\begin{cases} E_p = mg3_B \\ E_k = \frac{1}{2}mv_o^2 \end{cases}$ AN : $E_p = 245\,kJ$; $E_k = 0{,}5\,kJ$ $\Big\}\ E_m = 245{,}5\,kJ$

Em C $\begin{cases} E_p = mg3_C \\ E_k = \frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{1}{2}mv_o^2 + mg(3_B - 3_C) \end{cases}$ AN : $E_p = 196\,kJ$; $E_k = 49{,}5\,kJ$

Em D $\begin{cases} E_p = mg3_D \\ E_k = \frac{1}{2}mv_D^2 = \frac{1}{2}mv_o^2 + mg(3_B - 3_D) \end{cases}$ AN : $E_p = 0\,kJ$; $E_k = 245{,}5\,kJ$

4) DEFGD mvt circulaire

$$E_m = E_k + E_p = \frac{1}{2} m V^2 + m g z$$

$$V = \sqrt{\frac{2E_m}{m} - 2gz}$$

AN : F $V = 9{,}95\ m/s$

G $V = 17{,}18\ m/s$

5) Frottement solide $\|\vec{F}\| = 2000\,N$ entre B et H

$B \to C$ $W_F = -\|\vec{F}\| . \widehat{BC}$ avec $\widehat{BC} = \frac{\pi}{2} R_{BC}$ avec $R_{BC} = 5m$

$C \to D$ $W_F = -\|\vec{F}\| . \widehat{CD}$ avec $\widehat{CD} = \frac{\pi}{2} R_{CD}$ avec $R_{CD} = 20m$

$D \to D$ (1 tour) $W_F = -\|\vec{F}\| . 2\pi R_{DD}$ avec $R_{DD} = 10\,m$

$D \to H$ $W_F = -\|\vec{F}\| . \overline{DH}$ avec $\overline{DH} = 20m$

Soit $W_F = -\|\vec{F}\| . \left(\frac{\pi}{2}(R_{BC} + R_{CD}) + 2\pi R_{DD} + \overline{DH}\right)$

AN : $W_F - 244{,}2\ kJ$

6) Th de l'E mécaniq- en H $\Delta E_m = W_F$ (force non conservative)

$$\frac{1}{2} m V^2 - \frac{1}{2} m V_0^2 - m g z_B = W_F$$

$$V = \sqrt{\frac{2W_F}{m} + V_0^2 + 2 g z_B}$$

AN : $V = 1{,}61\ m/s$